

О ЧЕТНЫХ ЧИСЛАХ В ВИДЕ РАЗНОСТИ ДВУХ ВЫЧЕТОВ
(ДВУХ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ).
ON EVEN NUMBERS IN THE KIND OF DIFFERENCES OF TWO RESIDUES
(OF TWO PRIME NUMBERS)

А.Г. ЩЕРБАКОВ. ALEXANDER G. SHCHERBAKOV*

Аннотация. В ходе поэтапного рассмотрения приведенной системы вычетов по модулю равному произведению первых простых чисел $=modPP$ для: $(P_5 = 30, P_7 = 210, P_{11} = 2310, \dots, \dots$
 $PP = 2 \bullet 3 \bullet 5 \bullet 7 \bullet \dots \bullet P)$. Получено, что все четные числа в виде разностей пар вычетов по $modPP$, формируются в группы зависящие от вида канонического разложения своих разностей. Определено количество четных чисел в каждой группе разностей пар и количество пар вычетов по $modPP$ для каждого четного числа (этой группы). В результате выявлено выражение которым можно представить всякое четное число, в виде разности двух вычетов по $modPP$, а также в виде разности двух простых чисел.

Abstract.

In the course of a stepwise consideration of the normalized system of residues by the module equal to the product of the first prime numbers (for $modPP$: $P_5=30, P_7=210, P_{11}= 2310, \dots, PP=2 \bullet 3 \bullet 5 \bullet 7 \bullet \dots \bullet P$). It has been found out that all even numbers as differences of residue pairs by $modPP$ are formed in the groups which depend on the kind of the canonic expansion of their differences. The amount of even numbers has been determined in each group of differences of pairs and the amount of residue pairs by $modPP$ for each even number (of this group). As a result there has been revealed an expression which can represent any even number, as a difference of two prime numbers.

Key words. Разность, простые числа, разность пар вычетов, $modPP$.

AMS subject classifications. 11R04

1. $[\varphi(PP_q)]^2$ пар с наименьшим вычетом по $modPP_q$

. Рассматривая ряд нечетных чисел как приведенную систему вычетов по нарастающему модулю $=PP_q$, получим что для каждого фиксированного значения нарастающего $modPP_q = (P_5 = 30., P_7 = 210., P_{11} = 2310., \dots, PP_q = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot P_q)$, ряд нечетных чисел будет представлен в виде повторяемых рядов, содержащих $\varphi(PP_q) = \Pi(P_q - 1)$ вычетов по $modPP_q$ на отрезке от 1 до PP_q и повторяемых ровно P_{q+1} раза от 1 до PP_q и далее с периодом $=PP_q$ (смотрите таблицу 1).

Из функции Эйлера следует, что в приведенной системе вычетов от 1 до PP_q расположено $\varphi(PP_q) = \Pi(P_q - 1)$ различных наименьших вычета $=C_1$ по $modPP_q$. Где: $(1, P_{q+1}) \leq C_1 \leq (PP_q - 1)$.

Комбинируя каждый из этих наименьших вычета $=C_1$ $\varphi(PP_q)$ раз, попарно - с каждым очередным, последующим вычетом по $modPP_q$, мы получим $[\varphi(PP_q)]^2$ различных пар с наименьшим вычетом $=C_1$ по $modPP_q$ вида: $(C - C_1) = R$.

При этом вполне очевидно, что четные разности $=R$ всех этих $[\varphi(PP_q)]^2$ различных пар с наименьшим вычетом $=C_1$ по $modPP_q$ вида: $(C - C_1) = R$, ограничены пределом: $2 \leq R \leq PP_q$. Однако нам неизвестно каким количеством пар вида: $(C - C_1) = R$, может быть представлено каждое из этих $(PP_q/2)$ четных чисел $=R$ данного участка от 1 до PP_q .

2. 2^q различных "канонических групп" для $modPP_q$

. Из основной теоремы арифметики следует, что каноническое разложение всякого четного числа $=R$, одним единственным способом можно представить в виде произведения вычетов и наименьших НЕ вычетов по $modPP_q$ (вида $R = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot C \cdot C \cdot C \cdot \dots$ где: Не вычеты $= p \leq P_q$, вычеты по $modPP_q = C > P_q$).

*Россия, 142507, Московская обл., г.Павловский Посад.

Из комбинаторного анализа следует что, существует ровно 2^q различных четных комбинаций всех простых чисел $< P_q$ между собой, вида: $2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 5, 2 \cdot 7, \dots, 2 \cdot P_q, \dots, 2 \cdot 3 \cdot 5, \dots, 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7, \dots, \Pi P_q$.

Только эти 2^q различных четных комбинаций всех простых чисел $\leq P_q$ и могут представлять собой состав канонического разложения всякого четного числа $=R$, так как все остальные простые множители $> P_q$ (данного четного числа $=R$), есть C - вычеты по $\text{mod} \Pi P_q$. Далее: 2^q различных "канонических групп" для $\text{mod} \Pi P_q$ (смотрите таблицу 2.,4.). Так как не существует других комбинаций простых чисел $\leq P_q$, значит все множество всех четных чисел распределяется ровно в 2^q различных "канонических групп" при этом всякое четное число $=R$ принадлежит только одной из 2^q различных "канонических групп" для $\text{mod} \Pi P_q$.

Тогда, на основании п.1.1. п.1.2. получим, что для всякого фиксированного значения $\text{mod} \Pi P_q$, $\varphi(\Pi P_q)$ наименьших вычета $=C_1$ по $\text{mod} \Pi P_q$, которые образуют ровно $[\varphi(\Pi P_q)]^2$ пар с наименьшим вычетом по $\text{mod} \Pi P_q$ и имеют четные разности своих пар вида $(C-C_1)=R$, в том числе повторяемые $=R$, и будут распределены среди 2^q различных "канонических групп" для этого значения $\text{mod} \Pi P_q$. С четными разностями различных пар, в количестве ровно $(\Pi P_q / 2)$ различных четных чисел. Где $2 \leq R \leq \Pi P_q, (1, P_{q+1}) \leq C_1 \leq (\Pi P_q - 1)$.

3. Распределение $[\varphi(\Pi P_q)]^2$ пар среди 2^q групп $\text{mod} \Pi P_q$

. Так как всякое четное число $=R > 2$ принадлежащее одной из 2^q различных "канонических групп" можно записать по формуле $(n \Pi P_q + R)$ для $2 \leq R \leq \Pi P_q$, где: n - целое ≥ 0 .

При этом в работе "О четных числах в узлах квадратных решеток" показано, что все множество четных чисел в виде $=(n \Pi P_q + R)$, представленные разностями пар вычетов по $\text{mod} \Pi P_q$, геометрически отображаются в виде $[\varphi(\Pi P_q)]^2$ узлов пересечений квадратных решеток $=C > P_q$. Которые расположены на $(\Pi P_q / 2)$ диагоналях "фрактального ромба" со стороной (длиной диагонали) $=(\Pi P_q / 2)$. Где всякая диагональ содержит $f(R)$ узлов пересечений квадратных решеток $=C > P_q$.

Из данной работы следует, что все множество четных чисел в виде $(\Pi P_q / 2)$ четных номеров диагоналей всякого "фрактального ромба диагоналей" группируются ровно в 2^q различных "канонических групп".

При этом выявляются три свойства распределения (узлов пересечений) пар вычетов по $\text{mod} \Pi P_q$:

3.1.). Из функции Эйлера следует, что каждая "каноническая группа" содержит ровно: $\varphi(\Pi P_q) / \varphi(\Pi P_R) = \varphi(\Pi P_m)$ различных четных чисел $=R$ (разностей) имеющих одно и то же каноническое разложение. Где:

P_R - простые числа канонического разложения четного числа $=R$

P_m - все остальные простые числа канонического разложения четного числа $=\Pi P_q$ (P_R и P_m) $\leq P_q$.

Вполне очевидно, что количество всех различных четных чисел в составе 2^q "канонических групп" есть $\Sigma a = (\Pi P_q / 2)$.

3.2.). В работе "О четных числах в узлах квадратных решеток" показано, что всякое четное число $=R$ принадлежащее одной из 2^q "канонических групп" может быть представлено $f(R) = \Pi(P_R - 1) \cdot \Pi(P_m - 2)$ способами в виде различных пар с данной четной разностью вида $(C - C_1) = R$. где: (P_R и P_m) $\leq P_q$.

P_R - простые числа канонического разложения четного числа $=R$.

P_m - все остальные простые числа канонического разложения модуля $\text{mod} \Pi P_q$

C_1 - наименьшие вычеты $\text{mod} \Pi P_q, (1, P_{q+1}) \leq C_1 \leq (\Pi P_q - 1)$.

3.3.). Тогда общее количество всех пар с наименьшим вычетов по $\text{mod } \Pi P_q$ для всех различных четных чисел $=R$ данной "канонической группы" есть $\varphi(\Pi P_m) \cdot f(R) = \Pi(P_m - 1) \cdot \Pi(P_R - 1) \cdot \Pi(P_m - 2) = \varphi(\Pi P_q) \cdot \Pi(P_m - 2)$ различных пар с наименьшим вычетов по $\text{mod } \Pi P_q$. вида $(C - C_1) = R$. При этом общее количество всех пар во всех 2^q "канонических группах" для $\text{mod } \Pi P_q$ есть $\Sigma c = [\varphi(\Pi P_q)]^2$ пар.

4. Вывод. Таким образом, всякое четное число, "пробегая" по нарастающим значениям модуля $= \Pi P_q$ ($\Pi 5., \Pi 7., \Pi 11., \Pi 13., \dots, \Pi P_q$), для каждого значения $\text{mod } \Pi P_q$, имеет каноническое разложение вида: $(2 \cdot Pr \cdot Pm \cdot Pt(m) \cdot C \cdot C \dots)$, то есть, принадлежит только одной из 2^q "канонических групп".

Где и представим: $f(R) = \Pi(P_R - 1) \Pi(P_m - 2)$ способами в виде разности двух вычетов по $\text{mod } \Pi P_q$, то есть $- f(R)$ парами вычетов по $\text{mod } \Pi P_q$.

(где: P_R и $P_m \leq P_q$., смотрите таблицу 3)

Так как среди $\Pi(P_q - 1)$ вычетов по $\text{mod } \Pi P_q$ расположено $\Pi P_q / \ln \Pi P_q$ простых чисел. А всякое четное число можно $f(R) = \Pi(P_R - 1) \Pi(P_m - 2)$ способами представить в виде разности двух вычетов по $\text{mod } \Pi P_q$. При этом $f(R) < \Pi(P_q - 2)$.

Значит всякое четное число можно не менее, чем $\Pi(P_q - 2) / 2 \ln \Pi P_q$ способами представить в виде разности двух простых чисел.

5. Справочное приложение.

(таблица 4. - матрица перестроения пар от $\text{mod } \Pi P_q$ до $\text{mod } \Pi P_{q+1}$)

. Вполне очевидно, что в ходе P_{q+1} повторений ΠP_q ряда табл.1. то есть на увеличенном участке натурального ряда чисел от 1 до ΠP_{q+1} , для всякого фиксированного значения $\text{mod } \Pi P_q$ и постоянных $- C_1$, в P_{q+1} раза возрастает количество пар с наименьшим вычетов по $\text{mod } \Pi P_q$ и величины их разностей $=R$.

При этом мы рассматриваем перестроения двух видов четных чисел:

RP - кратные числу $= P_{q+1}$ и R - НЕ кратные числу $= P_{q+1}$.

Так как в ходе P_{q+1} повторений каждой из $[\varphi(\Pi P_q)]^2$ пар в составе последовательности: $(C - C_1) = R$., $(\Pi P_q + C) - C_1 = (R + \Pi P_q)$., $(2\Pi P_q + C) - C_1 = (R + 2\Pi P_q)$., $(3\Pi P_q + C) - C_1 = (R + 3\Pi P_q)$., $(4\Pi P_q + C) - C_1 = (R + 4\Pi P_q)$., ... $(n\Pi P_q + C) - C_1 = (R + n\Pi P_q)$., мы получим ровно $(P_q - 1)$ четных чисел $=R$ НЕ кратные числу $= P_{q+1}$ и только одно четное число $= RP$ кратное числу $= P_{q+1}$.

Всего от 1 до ΠP_{q+1} получим:

$$[\varphi(\Pi P_q)]^2 \cdot P_{q+1} \text{ пар} = [\varphi(\Pi P_q)]^2 \cdot (P_{q+1} - 1) \text{ пар вида } (R) + [\varphi(\Pi P_{q+1})]^2 \cdot 1 \text{ пар вида } (RP)$$

При этом $(\Pi P_q / 2)$ различных четных чисел $=R$ распределены в 2^q "канонических групп" (комбинаций простых чисел $\leq P_q$), которые мы получим, умножив каждую из 2^q комбинаций $\text{mod } \Pi P_q$ на число $= P_{q+1}$.

2^q комбинаций для четных вида $=R$:

$$2., 2 \cdot 3., 2 \cdot 5., 2 \cdot 7., 2 \cdot 11., \dots, 2 \cdot 3 \cdot 5., \dots, 2 \cdot 5 \cdot 7., \dots, 2 \cdot 7 \cdot 11., \dots, 2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot P_q, \dots, \Pi P_q$$

2^q "выделенных комбинаций" для четных вида $=RP$:

$$2 \cdot P_{q+1}., 2 \cdot 3 \cdot P_{q+1}., 2 \cdot 11 \cdot P_{q+1}., 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot P_{q+1}., 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot P_{q+1}., 2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot P_{q+1}., \dots, \Pi P_{q+1}.$$

Вполне очевидно, что каждой из 2^q комбинаций для четных чисел $=R$ (НЕ кратных числу P_{q+1}) соответствует ровно одна единственная комбинация для четных чисел $= RP$ кратные числу P_{q+1} . При этом количество пар для каждого четного числа $=R$ (в том числе и для возросших $-R, RP$) в каждой из $2^q + 2^q$ комбинаций остается неизменным: $f(R) = f(RP) = \Pi(P_R - 1) \cdot \Pi(P_m - 2)$ пар $\text{mod } \Pi P_q$. Так как для неизменного значения $\text{mod } \Pi P_q$ имеем $(P_R$ и $P_m) \leq P_q$.

Далее, при переходе от $\text{mod } \Pi P_q$ до $\text{mod } \Pi P_{q+1}$. (на участке от 1 до ΠP_{q+1}), в хо-

де возрастания пределов наименьших вычетов C_1 от $1, P_{q+1} \leq C_1 \leq (PP_q - 1)$ до $1, P_{q+2} \leq C_1 \leq (PP_{q+1} - 1)$. Удвоенное количество комбинаций $\text{mod} PP_q$ вида $= (2^q + 2^q)$ перестраиваются в 2^{q+1} "канонических групп" $\text{mod} PP_{q+1}$.

Для этого $[\varphi(PP_q)]^2 \cdot P_{q+1}$ пар с наименьшим вычетом по $\text{mod} PP_q$ и разностью $(C - C_1) =$ вида R и RP будут повторены ровно P_{q+1} раза с периодом $= PP_q$ (В виде матрицы пар в P_{q+1} строках, аналогично рис.1. табл.1.).

При этом от каждой P_{q+1} раза повторенной пары вида R и RP, будут исключены: ровно две пары в "канонической группе" вида $=R$ и одна пара в "канонической группе" вида $=RP$. Как пары, вычеты в которых, кратны числу $=P_{q+1}$ НЕ вычету для $\text{mod} PP_{q+1}$. (два раза по одному вычету для вида $=R$, или оба вычета — в одной паре для вида $=RP$. смотрите рис.3.табл.1). То есть получим $(P_{q+1} - 1, 2)$ повторений каждой пары вида R и RP, оба вычета в которых имеют $\text{mod} PP_{q+1}$ — Всего в результате $(P_{q+1} - 2)$ повторений $[\varphi(PP_q)]^2 \cdot (P_{q+1} - 1)$ пар (вида $=R$ НЕ кратных числу P_{q+1}) получим $[\varphi(PP_q)]^2 \cdot (P_{q+1} - 1) \cdot (P_{q+1} - 2)$ пар "канонической группы" вида $=R$, где оба вычета имеют $\text{mod} PP_{q+1}$.

—Всего в результате $(P_{q+1} - 1)$ повторений $[\varphi(PP_q)]^2$ пар (вида $=RP$ кратных числу P_{q+1} , получим $[\varphi(PP_q)]^2 \cdot (P_{q+1} - 1)$ пар "канонической группы" вида $=RP$ где оба вычета имеют $\text{mod} PP_{q+1}$.

—Всего в составе 2^{q+1} "канонических групп" четных разностей вида R и RP получим: $[\varphi(PP_q)]^2 \cdot (P_{q+1} - 1) \cdot (P_{q+1} - 2) + [\varphi(PP_q)]^2 \cdot (P_{q+1} - 1) =$
 $[\varphi(PP_q)]^2 \cdot (P_{q+1} - 1) \cdot (P_{q+1} - 2 + 1) = [\varphi(PP_{q+1})]^2$ пар с наименьшим вычетом по $\text{mod} PP_{q+1}$ имеющих два вида разностей (R и RP).

Где: $2 \leq (R, RP) \leq PP_{q+1}$ и $1, P_{q+2} \leq C_1 \leq (PP_{q+1} - 1)$.

—При этом всякое четное число, принадлежащее одной из $2^q + 2^q$ комбинаций $\text{mod} PP_q$ (то есть четная разность $C - C_1 = R$ или RP), имеющая $f(R)$ пар для $\text{mod} PP_q$ в результате этих $(P_{q+1} - 1, 2)$ повторений для $\text{mod} PP_{q+1}$ будет представлена в одной из "канонических групп" $\text{mod} PP_{q+1}$:

$f(R) \cdot (P_{q+1} - 2) = \Pi(P_R - 1) \cdot \Pi(P_m - 2)$ парами по $\text{mod} PP_{q+1}$

в группе 2^q для комбинаций вида $=R$.

$f(RP) \cdot (P_{q+1} - 1) = \Pi(P_R - 1) \cdot \Pi(P_m - 2)$ парами по $\text{mod} PP_{q+1}$

в группе 2^q для комбинаций вида $=RP$.

Отсюда следует, что общее количество всех пар с наименьшим вычетом по $\text{mod} PP_{q+1}$ для всех различных четных чисел $=R$ всякой "канонической группы" есть $\varphi(PP_m) \cdot f(R) = \Pi(P_m - 1) \cdot \Pi(P_R - 1) \cdot \Pi(P_m - 2) = \varphi(PP_{q+1}) \cdot \Pi(P_m - 2)$ различных пар с наименьшим вычетом по $\text{mod} PP_{q+1}$. Где: P_R простые числа канонического разложения четного числа $= (R, RP)$ P_m — все остальные простые числа модуля $\text{mod} PP_{q+1}$. P_R и $P_m \leq P_{q+1}$. (смотрите таблицу 4.).

Автор просит откликнуться модератора, кто поможет опубликовать эти материалы в Arxiv.org. ag ask@mail/ru

Список литературы

- [1] V. Serpinsky, Chto my znaem i chego ne znaem o prostykh chislakh, Moscow, 1963.
- [2] G. N. Bergman, Chislo i nauka o nyom, Moscow, 1949.
- [3] P. S. Alexandrov, Encyclopedia of elementary mathematics, "The arithmetic", Moscow, 1951.
- [4] A. G. Sherbakov, On even numbers at the nodes of square lattices..
- [5] A. G. Sherbakov, Addenda: Table 1, Table 2, Table 3, Table 3A, Table 4..

Таблица 1.

<p>На рис.1 представлена приведенная система вычетов по $\text{mod } \Pi P_q$ повторенная ровно P_{q+1} раза, в P_{q+1} строках (с периодом $=\Pi P_q$). Вычеркнув по одному числу кратному $-P_{q+1}$ в каждом из столбцов получим от 1 до ΠP_{q+1} ровно: $\varphi(\Pi P_{q+1})$ нечетных чисел кратных только простым числам $>P_{q+1}$ (вычетов по $\text{mod } \Pi P_{q+1}$). Развернув в одну строку от 1 до ΠP_{q+1} эти числа получим приведенную систему вычетов по $\text{mod } \Pi P_{q+1}$. $\varphi(\Pi P_{q+1})$ - ряд (смотрите рис.2.)</p>		
<p>Рис.1. $\varphi(\Pi P_q)$ ряд содержащий $\varphi(\Pi P_q)=\Pi(P_q-1)$ наименьших вычетов $=C_1$ по $\text{mod } \Pi P_q$</p>	<p>P_{q+1} 1,3,5,7,3...;...P_{q+1};...P_{q+2};...C;;C;;C;;C;;... C;;C;;C;;($\Pi P_q/2$); ;(ΠP_q-C);(ΠP_q-P_{q+1});(ΠP_q-1)</p>	<p>повто- (ΠP_q+1);;(ΠP_q+P_{q+1});;(ΠP_q+C);;... ..кратно P_{q+1};;..... (2ΠP_q-C);(2ΠP_q-P_{q+1});(2ΠP_q-1)</p>
<p>рений (2ΠP_q+1);(2ΠP_q+P_{q+1});(2ΠP_q+C);; ...кратно P_{q+1};;.... (3ΠP_q-C);(3ΠP_q-P_{q+1});(3ΠP_q-1)</p>	<p>$\varphi(\Pi P_q)$ кратно $P_{q+1}-$ (по 1 в столбце);;... ..;кратно P_{q+1};; кратно $P_{q+1}-$ (по 1 в столбце)</p>	<p>ряда ($n\Pi P_q+1$);($n\Pi P_q+P_{q+1}$);($n\Pi P_q+C$);;кратно P_{q+1} ;($\Pi P_{q+1}-C$);;.....;($\Pi P_{q+1}-1$)</p>
<p>Вид $[\varphi(\Pi P_q)]^2$ пар $\varphi(\Pi P_q)$ ряда. Для ($\Pi P_2/2$) разных R вида $(C-C_1)=R$. Где $C_1 < \Pi P_q$ (P_2-1)., (P_3-1)., (P_4-1)., (P_5-1)., (P_6-1)., ... где $[P_2=P_{q+1}]$...$\varphi(\Pi P_q)$ пар вида $R=(C-1)$ (P_3-P_2)., (P_4-P_2)., (P_5-P_2)., (P_6-P_2)., (P_7-P_2)., ... и т.д. ...$\varphi(\Pi P_q)$ пар вида $R=(C-P_2)$ (P_4-P_3)., (P_5-P_3)., (P_6-P_3)., (P_7-P_3)., (P_8-P_3)., ... и т.д. ...$\varphi(\Pi P_q)$ пар вида $R=(C-P_3)$ (P_5-P_4)., (P_6-P_4)., (P_7-P_4)., (P_8-P_4)., (P_9-P_4)., ... и т.д. ...$\varphi(\Pi P_q)$ пар вида $R=(C-P_4)$ $(C-C_1)=R$., $(C-C_1)=R$., $(C-C_1)=R$., ... и т. д. ...$\varphi(\Pi P_q)$ пар вида $R=(C-C_1)$., Далее P_{q+1} повторений $[\varphi(\Pi P_q)]^2$ пар с периодом $=(\Pi P_q)$. Для неизменных $C_1 < \Pi P_q$ $(\Pi P_q+C)-C_1=R+\Pi P_q-$(2строка);(2$\Pi P_q+C)-C_1=R+ 2\Pi P_q-$(3строка);(3$\Pi P_q+C)-C_1=R+3\Pi P_q-$(4строка); (4$\Pi P_q+C)-C_1=R+4\Pi P_q-$(5стр.);(5$\Pi P_q+C)-C_1=R+5\Pi P_q-$(6стр.);... и т. д. Всего $[\varphi(\Pi P)]^2 \cdot P_{q+1}$ пар по $\text{mod } \Pi P_q$ для ($\Pi P_{q+1}/2$)разных R(RP). Порядок перестроение этих пар с ростом C_1 см.рис.3.</p>		
<p>Рис.2. $\varphi(\Pi P_{q+1})$ ряд содержащий $\varphi(\Pi P_{q+1})=\Pi(P_{q+1}-1)$ наименьших вычетов $=C_1$ по $\text{mod } \Pi P_{q+1}$</p>	<p>P_{q+2} 1,3,5,7,3...;...P_{q+2};...P_{q+3};...C;;C;;C;;C;;... C;;C;;C;;($\Pi P_{q+1}/2$);;...;($\Pi P_{q+1}-C$);;...;($\Pi P_{q+1}-1$);;</p>	<p>повто- ($\Pi P_{q+1}+1$);;($\Pi P_{q+1}+P_{q+2}$);;($\Pi P_{q+1}+C$);; ..кратно P_{q+2}.. ..(2$\Pi P_{q+1}-C$);;...; (2$\Pi P_{q+1}-1$)</p>
<p>рений (2$\Pi P_{q+1}+1$);; (2$\Pi P_{q+1}+P_{q+2}$);; (2$\Pi P_{q+1}+C$);; ...кратно P_{q+2}.. ..(3$\Pi P_{q+1}-C$);;...; (3$\Pi P_{q+1}-1$)</p>	<p>$\varphi(\Pi P_{q+1})$..кратно P_{q+2} (по 1 в столбце)..кратно P_{q+2}.. ..кратно P_{q+2} (по 1 в столбце)</p>	<p>ряда ($n\Pi P_{q+1}+1$);; ($n\Pi P_{q+1}+P_{q+2}$);; ($n\Pi P_{q+1}+C$);;кратно P_{q+2} ;; ($\Pi P_{q+2}-C$);;...; ($\Pi P_{q+2}-1$);;</p>
<p>Рис. 3. матрица перестроения пар вида $(C-C_1)=(R$ и RP) от $\text{mod } \Pi P_q$ до $\text{mod } \Pi P_{q+1}$</p>		
<p>Пусть всякое четное число R или RP представимо $f(R,RP)$ способами в виде разности двух вычетов по $\text{mod } \Pi P_q$. Где $f(R,RP)=(P_R-1) \cdot (P_m-2)$ пар, $2 \leq R(RP) < \Pi P_{q+1}$, $(1, P_{q+2}) \leq C_1 < \Pi P_q$.</p>		
<p>Тогда на переходе от $\text{mod } \Pi P_q$ до $\text{mod } \Pi P_{q+1}$ то есть в ходе P_{q+1} повторений: $[\varphi(\Pi P_q)]^2 \cdot (P_{q+1}-1)$ пар вида $(C-C_1)=R$ и $[\varphi(\Pi P_q)]^2 \cdot 1$ пар вида $(C-C_1)=RP$ (смотрите п.5.) от каждой P_{q+1} раза повторенной пары вида $(C-C_1)=R,RP$ будет исключено 1 или 2 пары как пары, вычеты в которых кратны числу $=P_{q+1}$ (не вычету по $\text{mod } \Pi P_{q+1}$.)</p>		
<p>P_{q+1} повторений $[\varphi(\Pi P_q)]^2 \cdot P_{q+1}$ пар $(C-C_1)=(R,RP)$ в ходе перестроения от $\text{mod } \Pi P_q$ до $\text{mod } \Pi P_{q+1}$</p>	<p>...R,RP...R,RP... $C-C_1 =$ пар вида R</p>	<p>$C-C_1 =$ пар вида RP</p>
<p>P_{q+1} строк ...R,RP...R,RP... (ΠP_1+C)-(ΠP_1+C_1)=R</p>	<p>(2ΠP_1+C) - (2ΠP_1+C_1)=R</p>	<p>(ΠP_1+C) - (ΠP_1+C_1)=RP</p>
<p>пар вида ...R,RP...R,RP... ($3\Pi P_1+C$) - (3ΠP_1+C_1)=R</p>	<p>($2\Pi P_1+C$) - ($2\Pi P_1+C_1$)=R</p>	<p>(2ΠP_1+C) - (2ΠP_1+C_1)=RP</p>
<p>($C-C_1$)=$\dots R,RP\dots R,RP\dots$ исключено по 2 пары столбца</p>	<p>($3\Pi P_1+C$) - (3ΠP_1+C_1)=R</p>	<p>(3ΠP_1+C) - (3ΠP_1+C_1)=RP</p>
<p>=$(R,RP) \dots R,RP\dots R,RP\dots$ ($P_2\Pi P_1+C$)-($P_2\Pi P_1+C_1$)=R</p>	<p>исключено по 1 паре столбца</p>	<p>($P_2\Pi P_1+C$) - ($P_2\Pi P_1+C_1$)=RP</p>
<p>Всего получим: $[\varphi(\Pi P_q)]^2 \cdot (P_{q+1}-1) \cdot (P_{q+1}-2) + [\varphi(\Pi P_q)]^2 \cdot (P_{q+1}-1) = [\varphi(\Pi P_{q+1})]^2$ пар по $\text{mod } \Pi P_{q+1}$ вида $(C-C_1)=R,RP$ где $2 \leq R(RP) \leq \Pi P_{q+1}$, $(1, P_{q+3}) \leq C_1 < \Pi P_{q+1}$</p>		
<p>При этом всякое четное число вида R,RP, Будет повторено $f(R,RP) \cdot (P_{q+1}-1,2)$ раз в виде разности двух вычетов по $\text{mod } \Pi P_{q+1}$. для $(P_R$ и $P_m) \leq P_{q+1}$</p>		
<p>Четные числа вида $(C-C_1)=R$: $f(R) \cdot (P_{q+1}-2) = (P_R-1) \cdot (P_m-2)$ парами вычетов по $\text{mod } \Pi P_{q+1}$</p>		
<p>Четные числа вида $(C-C_1)=RP$: $f(RP) \cdot (P_{q+1}-1) = (P_R-1) \cdot (P_m-2)$ парами вычетов по $\text{mod } \Pi P_{q+1}$</p>		

вид 2^q групп	Пример перестроения канонических групп четных разностей пар вычетов по $\text{mod } \Pi P_q$.		Таблица 2.	
	перестроение 2^2 групп для $[\varphi\Pi 5]^2$ пар по $\text{mod } \Pi 5$	перестроение 2^3 групп для $[\varphi\Pi 7]^2$ пар по $\text{mod } \Pi 7$	$\text{mod } \Pi P_q$	
2^c	8четных по 3пары. R=2(28),4(16),8(22),16(14) 11-13-41., 7-11-37., 11-19-41., 1-17-31 17-19-47., 13-17-43., 23-31(1-23), 7-23-37 29-31-(1-29), 19-23-29., 29-37(7-29), 13-29-43	1). 48четных по 15пар. R = 2(208),32(178),62(148),92(118),122(88),152(58),182(28) 4(206),34(176),...,164(46), 194(16)... 8(202), 38(172),... 16(194),46(164),76(134),106(104),136(74),166(44),196(14)	1).	1).
2·3	4 четных по 6 пар. R = 6(24), 12(18) 1-7-31., 7-13-37., 1-13-31., 7-19-37 11-17-41., 13-19-43., 11-23-41., 17-29-47 17-23-47., 23-29-53., 19-31(1-19), 29-41(11-29)	2). 24 четных по 30 пар. R = 6(204), 36(174), 66(144), 96(114), -156(54), 186(24) 12(208), 72(138), 102(108), 132(78), 162(48), 192(18)	2).	2).
2·5	2 четных по 4пары. R=10(20)(смотрите табл.3) 1-11-31,7-17-37,13-23-43,19-29-49.	3). 12 четных по 20 пар. R = (смотрите табл.3.) 10(200),40(170),100(110),130(80),160(50),190(20)	3).	3).
2·3·5	R=30 для 8пар(1,7,13,19+30) и (11,17,23,29+30)	4). 6 четных по 40 пар. R= 30(180), 60(120), 90(150).	4).	4).
2·7	1). (8четн.по3п.)4-196,28-182,56-154,112-98 повтор.	5). 8 четных по 18 пар. R= 4(196),28(182),56(154),112(98)	5).	5).
2·3·7	2). 4 четных по 6 пар. R= 42(68), 84(126). 2 ² групп	6). 4 четных по 36 пар. R= 42(68), 84(126)	6).	6).
2·5·7	3). 2четн.по 4пары. R=70(140)(см.табл.3)	7). 2 четных по 24 пары. R = 70(140). (смотрите табл. 3.)	7).	7).
2·3·5·7	4). 1 четное ×8 пар. R = 210. для64пар	8). 1 четное(8·6)=48 пар. R = 210.	8).	8).
2·11	1). (8ч·3п.)22(308),44(286),88(242),176(154) повтор	1). 48 четных по 15 пар	9).	9).
2·3·11	2). 4 четных по 6 пар.R=66(264),132(198)	2). 24 четных по 30 пар	10).	10).
2·5·11	3). 2 четных по 4 пары. R= 110(220).	3). 12 четных по 20 пар	11).	11).
2·3·5·11	4). 1 четное ×8 пар. R = 330. для64пар	4). 6 четных для 40 пар	12).	12).
2·7·11	1). 8 четных по 3 пары	5). 8 четных по 18 пар	13).	13).
2·3·7·11	2). 4 четных по 6 пар	6). 4 четных по 36 пар	и т.д.	и т.д.
2·5·7·11	3). 2 четных по 4 пары	7). 2 четных по 24 пары	для	для
Π11	4). 1 четн.×8 пар.	8). 1 четное× 48 пар	2 ^q	2 ^q
.....	групп

Табл.3.	Числовой пример перестроения канонической группы вида $R=2 \cdot 5$. От 2 четных по 4 пары для $\text{mod} \Pi 5$ до 12 четных по 20 пар. Всего = 240 пар для $\text{mod} \Pi 7$ + группа вида $RP=2 \cdot 5 \cdot 7$. "крапная - 7" (2 разности от 8 до 48 пар)													
были $R(10$ и $20)$ были $RP(70$ и $140)$	для $R=10,200$	для $R=40,170$	для $RP=70,140$	для $R=100,110$	для $R=130,80$	для $R=160,50$	для $R=190,20$	для $R=10,200$	для $R=40,170$	для $RP=70,140$	для $R=100,110$	для $R=130,80$	для $R=160,50$	для $R=190,20$
были пары (R) 1-11-31 (RP) 1-71;11-151 далее повтор с периодом = П5 (для mod П7)	1-11-211 31-41-241 61-71-271 91-101-301 121-131-331 151-161-361 181-191-391	1-41-211 31-71-241 61-101-271 91-131-301 121-161-331 151-191-361 181-221(11-181)	1-71-211 31-101-241 61-131-271 91-161-301 121-191-331 151-221(11-151) 181-251(41-181)	1-101-211 31-131-241 61-161-271 91-191-301 121-221(11-121) 151-251(41-141) 181-281(71-181)	1-131-211 31-161-241 61-191-271 91-221(11-91) 121-251(41-121) 151-281(71-151) 181-311(101-181)	1-161-211 31-191-241 61-221(11-61) 91-251(41-91) 121-281(71-121) 151-311(101-151) 181-341(131-181)	1-191-211 31-221(11-31) 61-251(41-61) 91-281(71-91) 121-311(101-121) 151-341(131-151) 181-371(161-181)	были пары от 1 до П5 (R) 7-17-37 (RP) 7-77,17-157 далее повтор с периодом = П5 (для mod П7)	7-17-217 37-47-247 67-77-277 97-107-307 127-137-337 157-167-367 187-197-397	7-47-217 37-77-247 67-107-277 97-137-307 127-167-337 157-197-367 187-227(17-187)	7-107-217 37-137-247 67-167-277 97-197-307 127-227(17-127) 157-257(47-157) 187-287(77-187)	7-137-217 37-167-247 67-197-277 97-227(17-97) 127-257(47-127) 157-287(77-157) 187-317(107-187)	7-167-217 37-197-247 67-227(17-67) 97-257(47-97) 127-287(77-127) 157-317(107-157) 187-347(137-187)	7-197-217 37-227(17-37) 67-257(47-67) 97-287(77-97) 127-317(107-127) 157-347(137-157) 187-377(167-187)
были пары от 1 до П5 (R) 13-23-43 (RP) 13-83,23-163 далее повтор с периодом = П5 (для mod П7)	13-23-223 43-53-253 73-83-283 103-113-313 133-143-343 163-173-373 193-203-403	13-53-223 43-83-253 73-113-283 103-143-313 133-173-343 163-203-373 193-233(23-193)	13-83-223 43-113-253 73-143-283 103-173-313 133-203-343 163-233(23-163) 193-263(53-193)	13-113-223 43-143-253 73-173-283 103-203-313 133-233(23-133) 163-263(53-163) 193-293(83-193)	13-143-223 43-173-253 73-203-283 103-223(23-103) 133-253(53-133) 163-283(83-163) 193-313(113-193)	13-173-223 43-203-253 73-223(23-73) 103-253(53-103) 133-283(83-133) 163-313(113-163) 193-343(143-193)	13-203-223 43-233(23-43) 73-263(53-73) 103-293(83-103) 133-323(113-133) 163-353(143-163) 193-383(173-193)	были пары от 1 до П5 (R) 19-29-49 (RP) 19-89,29-169 далее повтор с периодом = П5 (для mod П7)	19-29-229 49-59-259 79-89-289 109-119-319 139-149-349 169-179-379 199-209-409	19-59-229 49-89-259 79-119-289 109-149-319 139-179-349 169-209-379 199-239(29-199)	19-119-229 49-149-259 79-179-289 109-209-319 139-239(29-139) 169-269(59-169) 199-299(89-199)	19-149-229 49-179-259 79-209-289 109-239(29-109) 139-269(59-139) 169-299(89-169) 199-329(119-199)	19-179-229 49-209-259 79-239(29-79) 109-269(59-109) 139-299(89-139) 169-329(119-169) 199-359(149-199)	19-209-229 49-239(29-49) 79-269(59-79) 109-299(89-109) 139-329(119-139) 169-359(149-169) 199-389(179-199)
(4-4) пар mod П5	$(20+20) \text{ mod } \Pi 7$										$(20+20) \text{ mod } \Pi 7$		$(20+20) \text{ mod } \Pi 7$	

Числовой пример перестроения пар вычетов вида $(C-C_1)=R$ от $\text{mod}P_q$ до $\text{mod}P_{q-1}$. Вид пар (2-5, и 2-5-7) смотрите табл.3.		Табл.3А.	
Вид 2^q канонич. групп $\text{mod}P_q$	$\sum a) = \sum c = \sum(a \cdot b)$ 15четн. $= 8^2 = 64$ пар	$b) = c/a$ постр.	Далее $\text{mod}P_5$ от 1 до П15. Далее 2^3 повторения с периодом = П15
Вид 2^q канонич. групп $\text{mod}P_q$	$\sum a) = \sum c = \sum(a \cdot b)$ 105четн. $= 48^2$ пар	$b) = c/a$ построчно	Далее $\text{mod}P_{11}$ от 1 до П11. Далее 2^5 повторения с периодом = П11
2 ^c	8четн. по 3пары	по(3·5)=15п.	$\sum a) = \sum c = \sum(a \cdot b)$ 15015 четных $= 5760^2$ пар
2-3	4четн. по 6 пар	по(4·6)=24п.	480-12=5760 а·b=8553600 по(135-11)
2-5	2четн. по 4пары	по(4·5)=20п.	240-12=2880 а·b=8553600 по(270-11)
2-3-5	1четн. по 8 пар	по(8·5)=40п.	120-12=1440 а·b=2851200 по(180-11)
2-7	8четн. по 3=24пар 1.	по(3·6)=18п.	60-12=720 а·b=2851200 по(360-11)
2-3-7	4четн. по 6=24пар 2.	по(6·6)=36п.	80-12=960 а·b=1710720 по(162-11)
2-5-7	2четн. по 4=8пар 3.	по(4·6)=24п.	40-12=480 а·b=1710720 по(324-11)
2-3-5-7	1четн. для 8 пар 4.	по(8·6)=48п.	20-12=240 а·b=570240 по(216-11)
2-11	8четн. по 3=24пар 1.	по(3·11)=33п.	10-12=120 а·b=570240 по(432-11)
2-3-11	4четн. по 6=24пар 2.	по(6·11)=66п.	48-12=576 а·b=950400 по(150-11)
2-5-11	2четн. по 4=8пар 3.	по(4·11)=44п.	24-12=288 а·b=950400 по(300-11)
2-3-5-11	1четн. для 8пар 4.	по(8·11)=88п.	12-12=144 а·b=316800 по(200-11)
2-7-11	8четн. по 3=24пар 1.	по(3·11)=33п.	6-12=72четн. а·b=316800 по(400-11)
2-3-7-11	4четн. по 6=24пар 2.	по(6·11)=66п.	8-12=96четн. а·b=190080 по(180-11)
2-5-7-11	2четн. по 4=8пар 3.	по(4·11)=44п.	а·b=190080 по(360-11)
П11	1четн. для 8пар 4.	по(8·11)=88п.	а·b=66360 по(240-11)
2-13	8четн. по 3=24пар 1.	по(3·13)=39п.	а·b=66360 по(480-11)
2-3-13	4четн. по 6=24пар 2.	по(6·13)=78п.	= 480четных а·b=777600 по(135-12)
2-5-13	2четн. по 4=8пар 3.	по(4·13)=52п.	= 240четных а·b=777600 по(270-12)
2-3-5-13	1четн. для 8пар 4.	по(8·13)=104п.	= 120четных а·b=259200 по(180-12)
2-7-13	8четн. по 3=24пар 1.	по(3·13)=39п.	= 60четных а·b=259200 по(360-12)
2-3-7-13	4четн. по 6=24пар 2.	по(6·13)=78п.	= 80четных а·b=15552 по(162-12)
2-5-7-13	2четн. по 4=8пар 3.	по(4·13)=52п.	= 40четных а·b=15552 по(324-12)
2-3-5-7-13	1четн. для 8пар 4.	по(8·13)=104п.	= 20четных а·b=51840 по(216-12)
2-11-13	8четн. по 3=24пар 1.	по(3·13)=39п.	= 10четных а·b=51840 по(432-12)
...	= 48 четных а·b=86400 по(150-12)
четное 2 [•]	одна из 2 ^q групп комбинаций $P_s P_R P_m$ (аналог 2 ³ первых) $R_{R,m} \leq 5$	одна из 2 ^q групп комбинаций $P_s P_R P_m$ (аналог 2 ³ первых) $R_{R,m} \leq 7$	одна из 2 ^q групп комбинаций $P_s P_R P_m$ (аналогично 2 ⁵ первых) $R_{R,m} \leq 13$
Всякая 2q каноническая группа (построчно) содержит: а) $\varphi(P_{R_m})$ разных четных. б) $f(R)$ разных пар. с) всего пар $a \bullet b = \varphi(P_{R_m}) \bullet f(R)$			

